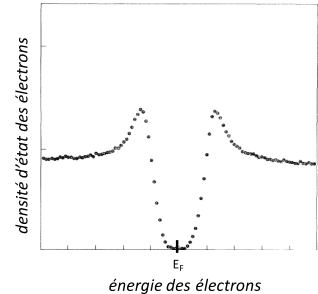


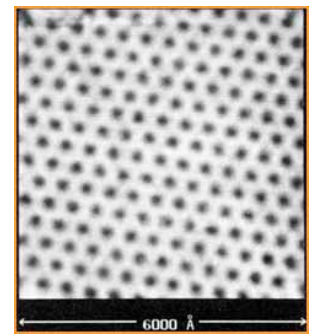
### Mesures STM dans un supraconducteur

On réalise, par microscopie à effet tunnel (STM) une mesure de la densité d'état ( $g(E)$ ) des électrons (non appariés) dans un supraconducteur, pour une température  $T < T_c$ . En l'absence de champ magnétique appliqué, on obtient la courbe ci-contre.



1) Expliquez l'origine du creux observé dans  $g(E)$  près de l'énergie de Fermi,  $E_F$ . Quelle(s) grandeur(s) caractéristique(s) du supraconducteur cette mesure permet-elle de déterminer ?

2) En présence d'un champ magnétique, on balaye la surface du supraconducteur et on reporte la valeur de la densité d'état en  $E = E_F$  en fonction de la position de la pointe du STM. A quelles valeurs de  $g(E_F)$  a-t-on associé le code couleur utilisé pour tracer l'image ci-contre. Déduire de cette image une valeur approchée de la longueur de cohérence  $\xi$  et du champ  $H$ . La longueur de pénétration de London  $\lambda$  est-elle plus grande ou plus petite que  $\xi$  (justifiez votre réponse) ? Qu'observerait-on si on augmentait (a) le champ magnétique, (b) la température ?



### Ecrantage d'un fil électrique par un supraconducteur

Un fil électrique métallique (non supraconducteur), homogène, cylindrique (de rayon  $a$ ) et infini est parcouru par un courant  $I$  circulant le long de l'axe  $Oz$  du cylindre. Ce fil est alors entouré d'une gaine supraconductrice, sans contact électrique avec le fil. Le théorème d'Ampère permet de montrer que le champ magnétique créé par le courant électrique  $I$  serait de la forme  $\vec{B}(r \geq a) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{u}_\theta$  en l'absence de la gaine et  $\vec{B}(r \leq a) = \frac{\mu_0 r}{2\pi a^2} \vec{u}_\theta$ .

1) Expliquez pourquoi le supraconducteur peut être utilisé pour écranter le champ magnétique créé par le fil. Sans calcul, indiquez quelle est la direction et le sens du super-courant qui apparaît alors dans le supraconducteur. Rappelez (sans démonstration) comment ce super-courant est relié au potentiel vecteur associé au champ magnétique. Précisez la signification physique du (ou des) paramètre(s) intervenant dans cette relation. Comparez cette géométrie avec l'existence de vortex observés dans les supraconducteurs de type II. Tracez schématiquement  $B_\theta(r)$  et  $J_z(r)$  pour  $0 < r < \infty$  (où  $J_z$  est la densité de courant) avec et sans gaine.

2) Montrez (en vous aidant de la relation rappelée ci-dessus) que, pour  $r > a$ , la composante radiale du champ satisfait à une équation du type<sup>1</sup> :

$$x^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + x \frac{\partial f}{\partial x} - (1 + \frac{x^2}{\alpha^2}) f = 0$$

<sup>1</sup> La composante radiale du Laplacien est :  $\Delta \vec{X} \cdot \vec{u}_\theta = \frac{\partial^2 X_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 X_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 X_\theta}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial X_\theta}{\partial r} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial X_r}{\partial \theta} - \frac{X_\theta}{r^2}$

La solution de cette équation est :  $f(x) = AK_1\left(\frac{x}{a}\right)$  ou  $K_1(x \rightarrow 0) \approx \frac{1}{x}$  et  $K_1(x \gg 1) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi x}} \exp(-x)$ .

3) Donnez l'expression de  $B_c(r)$  en fonction de  $I$ ,  $a$  et la longueur de pénétration  $\lambda$  en présence de la gaine (pour  $r > a$ ). Comment doit-on choisir la gaine pour un écrantage efficace. Comment cet écrantage dépendra-t-il de la température.

### Propriétés thermodynamiques d'un supraconducteur de type I

On mesure la chaleur spécifique en fonction de la température dans un supraconducteur de type I en présence d'un champ appliqué  $H$  inférieur au champ critique  $H_c(0)$ . On admet que  $H_c(T)$  est de la forme :  $H_c(T) \sim H_c(0)(1-(T/T_c)^2)$ . On note  $G_s$ ,  $S_s$  et  $C_s$  [resp.  $G_n$ ,  $S_n$ ,  $C_n$ ] l'enthalpie libre, l'entropie et la chaleur spécifique par unité de volume de l'état supraconducteur [resp. de l'état normal]. Dans un supraconducteur de type I,  $C_s$  ne dépend pas  $H$  et on montre que  $C_s \sim aT^3$  pour  $T$  strictement inférieure à  $T_c(H)$  et  $C_n = \beta T^3 + \gamma T$ . On rappelle que :  $\frac{C}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_H$ .

1) A quel(s) paramètre(s) microscopique(s)  $H_c(0)$  est-il relié, quel est le sens physique de  $H_c(0)$  ?

2) Donnez les expressions de  $S_s(T)$  et  $S_n(T)$  et tracez  $\Delta S(T) = S_s(T) - S_n(T)$  pour  $H=0$  et une valeur de  $H$  non nulle<sup>2</sup>. Quel est l'ordre de la transition normal-supraconducteur. Montrez que  $a = \frac{3\gamma}{T_c^2} + \beta$ .

3) Tracez  $\Delta C(T)/T = [C_s(T) - C_n(T)]/T$  pour ces deux valeurs de  $H$  (précisez notamment les valeurs en  $T=0$  et pour  $T=T_c$ ). Qu'observe-t-on de particulier en champ non nul pour  $T=T_c(H)$ . Montrez que la discontinuité de  $\Delta C/T$  à la transition change de signe pour  $H=2H_c(0)/3$ .

4) En utilisant le fait que  $dG_n = dG_s$  le long de la ligne  $H=H_c(T)$ , montrez que  $\Delta S|_{T=T_c(H)} = \mu_0 H_c \frac{dH_c}{dT}$  et donc que  $\Delta C|_{T=T_c(H)} = \mu_0 \left[ H_c \frac{d^2 H_c}{dT^2} + \left(\frac{dH_c}{dT}\right)^2 \right]$ . Que devient cet expression pour

$H=0$ , en déduire une expression de  $H_c(0)$  en fonction de  $T_c$  et  $\gamma$ .

5) Dans le cas d'un supraconducteur de type II,  $C_s/T$  dépend de  $H$  (pour  $H > H_{c1}$  que l'on néglige ici) et on peut montrer que  $C_s/T(T=0, H) \sim \gamma H/H_{c2}(0)$ . Rappelez la différence entre ces deux types de supraconducteurs. Expliquez qualitativement d'où provient la dépendance en champ de  $C_s/T$ . La transition est dans ce cas du second ordre, retracez alors, toujours pour  $H=0$  et une valeur non nulle de  $H$ , l'allure (sans calcul mais en précisant votre raisonnement) de  $\Delta S(T)$  dans ce cas.

<sup>2</sup> On utilisera le fait qu'en champ nul  $\Delta S(T_c) = 0$  et  $S_s(T=0) = S_n(0) = 0$