

Effet Little-Parks

La transition entre l'état normal (N) et l'état supraconducteur (S) peut se décrire à partir du formalisme de Ginzburg – Landau. La différence de densité d'énergie libre entre ces deux états s'écrit alors (pour le système « supraconducteur + bobine ») :

$$F_s - F_N = \alpha|\psi|^2 + \frac{1}{2}\beta|\psi|^4 + \frac{1}{2m}\left|\frac{\hbar}{i}\vec{\nabla}\psi - q\vec{A}\psi\right|^2 + \frac{\vec{B}^2}{2\mu_0}$$

1) Quelle est l'origine physique des différents termes de cette expression. Quelle est la signification physique de Ψ , On note $\Psi = |\Psi|e^{i\theta(r)}$, que vaut $|\Psi|$?

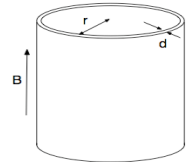
Pour une densité uniforme de paires, la minimisation de l'énergie libre totale conduit alors aux équations :

(GL1) : $\alpha\psi + \beta\psi|\psi|^2 + \frac{1}{2m}[\hbar\vec{\nabla}\theta - q\vec{A}]^2\psi = 0$ où A est le potentiel vecteur et

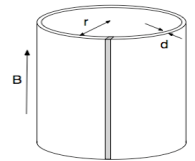
(GL2) : $\vec{J} = \frac{q}{m}|\psi|^2[\hbar\vec{\nabla}\theta - q\vec{A}]$ où J est le courant circulant dans le matériau.

2) On place un cylindre supraconducteur creux d'épaisseur d et de rayon r ($d \ll \lambda \ll r$) dans un champ magnétique B parallèle à son axe. Montrez que le cylindre est parcouru par un courant de vitesse :

$$v_s = \frac{\hbar}{r.m} \left(s - \frac{\Phi}{\Phi_0} \right)$$



où s est un entier et Φ le flux traversant le cylindre (donner la signification de Φ_0)



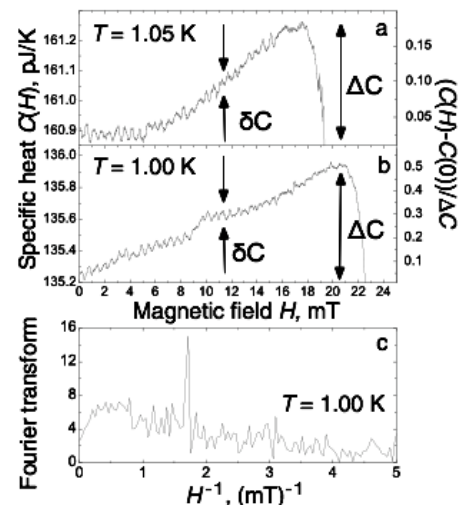
3) Que devient cette vitesse si le cylindre est « coupé » par une partie non supraconductrice (partie grisée). Tracez v_s en fonction de B dans les deux cas ?

4) On se place dans le premier cas (cylindre continu), montrez que : $\alpha + \beta|\psi|^2 + \frac{1}{2}mv_s^2 = 0$

5) Donnez l'expression de $|\Psi|^2$, montrer que cette valeur s'annule pour une valeur critique de la température : $T_c^* = T_c \left(1 - \left[\frac{\xi_0}{r} \left(s - \frac{\Phi}{\Phi_0} \right) \right]^2 \right)$

où T_c est la température critique pour B=0 et $1/\xi^2 = (1-T/T_c)/\xi_0^2$. Tracer T_c^* en fonction de B.

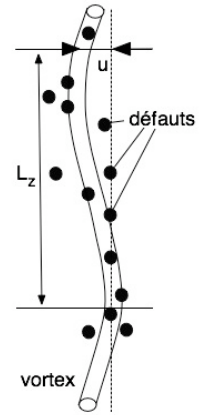
6) La figure ci-contre représente la dépendance en champ de la chaleur spécifique obtenue 1.05K (a) et 1.00K (b) dans un anneau cylindrique d'aluminium. Expliquez l'origine du saut de chaleur spécifique (ΔC). Que vaut H_{c2} pour T=1.05K et T=1.00K, en déduire une valeur (approchée) de la température critique de l'aluminium.



7) Expliquez l'origine des oscillations (δC). La transformé de Fourier de la courbe (b) est représentée en Figure (c). Interprétez le résultat obtenu, en déduire la valeur du rayon r.

Fluage des vortex

On se place dans le cadre du modèle de « piégeage collectif ». Chaque vortex est alors piégé « collectivement » par les défauts présents dans le matériau (figure ci-contre). Le vortex se déforme pour adopter une configuration lui permettant de minimiser son énergie totale (U_c). On note $u^2(L_z)$ le déplacement quadratique moyen d'un vortex à l'abscisse L_z par rapport à sa position « idéale » (i.e. en l'absence de défauts). On néglige les interactions entre vortex (champ faible).

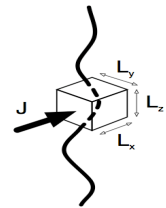


1) Rappelez l'origine des deux champs critiques qui caractérisent l'état mixte des supraconducteurs de type II. Quels sont les paramètres fondamentaux qui décrivent un vortex.

2) Quelles sont les deux (principales) énergies entrant en compte dans le calcul de U_c en l'absence de courant. On peut montrer que $u^2(L_z) = \xi^2 (L_z/L_c)^{2\zeta}$ ou ξ est la longueur de cohérence et ζ est un exposant caractéristique du régime de piégeage considéré ($1/2 < \zeta < 1$). Quelle est la signification physique de L_c .

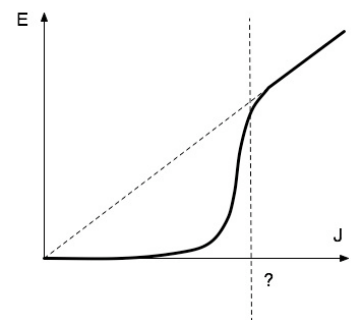
3) L'énergie de piégeage du vortex s'écrit alors $\varepsilon_p(L_z) = U_c (L_z/L_c)^{2\zeta-1}$. Justifiez brièvement la dépendance en L_z de $\varepsilon_p(L_z)$.

4) Donnez l'expression de la force de Laplace associée à un courant I traversant le « cube » ($L_x L_y L_z$) (voir figure ci-contre) en fonction de la densité de courant J . Montrez que l'énergie de Lorentz associée à un déplacement u ($//$ à la force) est de l'ordre de $\varepsilon_L = J \Phi_0 L_c \xi (r/L_c)^{\zeta+1}$.



5) Tracez schématiquement l'évolution de $\varepsilon = \varepsilon_p - \varepsilon_L$ en fonction de r pour différentes valeurs de J ($J \sim 0$, $J < J_c$ et $J \gg J_c$ où J_c est le courant « critique » au delà duquel le vortex est dépiégé). En déduire que, pour $J < J_c$, il existe une longueur « optimale » (L_{opt}) permettant de piéger des segments de vortex et donner la valeur de ε correspondante. A quoi correspond cette énergie.

6) L'évolution du champ électrique E aux bornes d'un échantillon en fonction de la densité de courant J le traversant (pour $T \neq 0$) est représentée sur la figure ci-contre. Interprétez le résultat obtenu, que deviendrait cette courbe pour $T=0$.



7) On effectue une mesure de l'aimantation (figure ci-contre). Tracez schématiquement ce que deviendrait ce cycle si on poursuivait la mesure pour $H_a < 0$ (jusqu'à $-0.2T$ puis retour à zéro).

8) Pourquoi une rampe en champ magnétique induit-elle un champ électrique E , justifiez pourquoi ΔM est alors reliée à la valeur \approx correspondante de J . Pourquoi les branches correspondant aux champs croissants et décroissants sont-elles différentes. Justifiez l'existence de la décroissante linéaire de M avec H_a pour les faibles valeurs de H_a (branche ascendante) et expliquez pourquoi $M \neq 0$ pour $H_a = 0$ pour la branche descendante. Que se passerait-il si on arrêtait la mesure à $H_a = 0.1T$ et si on mesurait alors M en fonction du temps.

